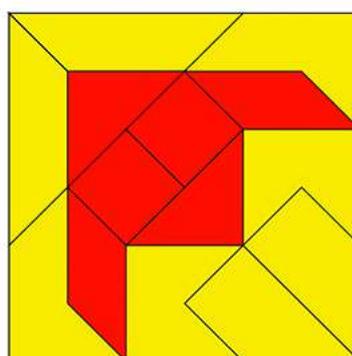


Shape by Shape

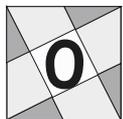
Activité extraite
de la brochure APMEP n° 169
JEUX 7



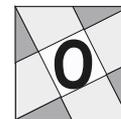
Domaine : **Géométrie**
Cycles 3 et 4

Fiche 0	Présentation
Fiche 1	À la découverte d'un jeu (<i>recherche des pièces</i>)
Fiche 2	De l'aire, de l'aire !
Fiche 3	Périmètres en toutes lettres
Fiche 4	Aires et périmètres
Fiches 7 et 8	Symétrie axiale
Fiches 9 et 10	Symétries axiale et centrale
Fiche 13	Des rectangles, des aires et des périmètres

Avec les solutions



PUZZLES et MATHÉMATIQUES



Shape by Shape

Récemment, est apparu dans le commerce un jeu nommé « Shape by Shape », édité par « Binary Arts Compagny », utilisant deux fois les « diabolos » et les « tétrabolos ». Nous utilisons les pièces de ce jeu pour faire faire des mathématiques à nos élèves (à l'origine, les pièces du jeu sont jaunes et rouges ; pour des facilités de reprographie, nous les nommons les pièces foncées et les pièces claires).

Aires (page 2) : Les aires sont ici privilégiées. Des polygones autres que ceux demandés dans l'activité sont envisageables.

Aire et périmètre (pages 3 et 4) : Nous pouvons considérer que les pièces foncées ont une aire de mesure 2 et les pièces claires une aire de mesure 3. Les périmètres diffèrent et sont ici exprimés en fonction de deux longueurs « p » et « g ».

Symétrie axiale et centrale (1) (pages 7 et 9) : La reconnaissance d'éléments de symétrie pour les pièces est demandée. Les assemblages de deux pièces « identiques » par une symétrie axiale sont demandés. Le même travail est imaginé pour des symétries centrales.

Symétrie axiale et centrale (2) (pages 8 et 10) : Les pièces foncées peuvent être assemblées de manière symétrique. Les pièces claires auront alors à compléter le carré du plateau de jeu. Symétries orthogonales et symétries centrales sont sollicitées. La recherche de ces configurations est voisine de ce qui est proposé sur les cartes imaginées par les créateurs du jeu.

Activités complémentaires (page 13) : Nous proposons quelques défis utilisant les pièces du jeu et reliant périmètre, aire et écritures littérales.

Matériel (page 15) : Ici aussi le carton de récupération sera le bienvenu. Les collages « recto » « verso » sont prévus en respectant l'épaisseur du carton, la feuille permet la réalisation de deux exemplaires des pièces du jeu.

Le jeu « Shape by Shape » associe deux types de pièces formées de deux ou trois triangles rectangles isocèles.

*La réussite d'une personne est déterminée par
les jeux de son enfance.*

Tamil



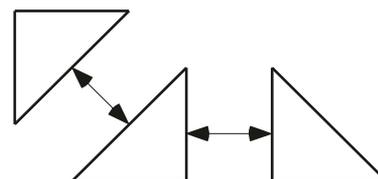
Shape by Shape



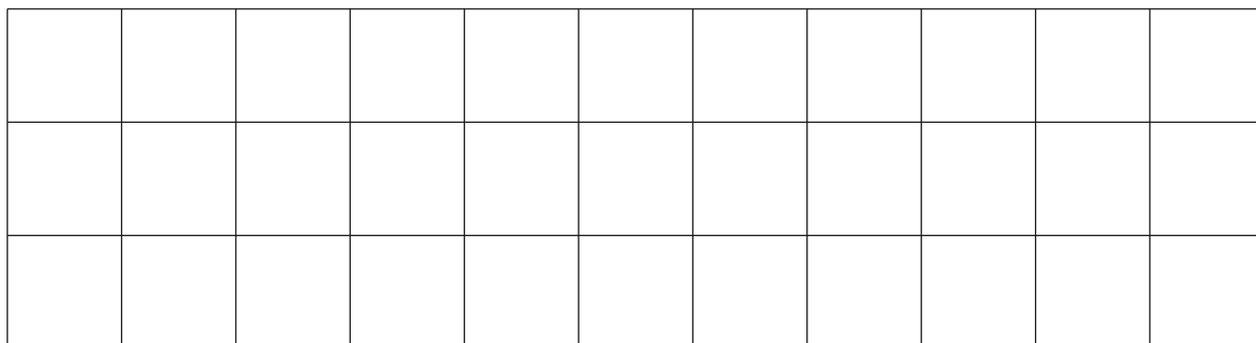
À la découverte d'un jeu

Tu disposes d'un certain nombre de triangles (chaque triangle est rectangle et isocèle) tous superposables.

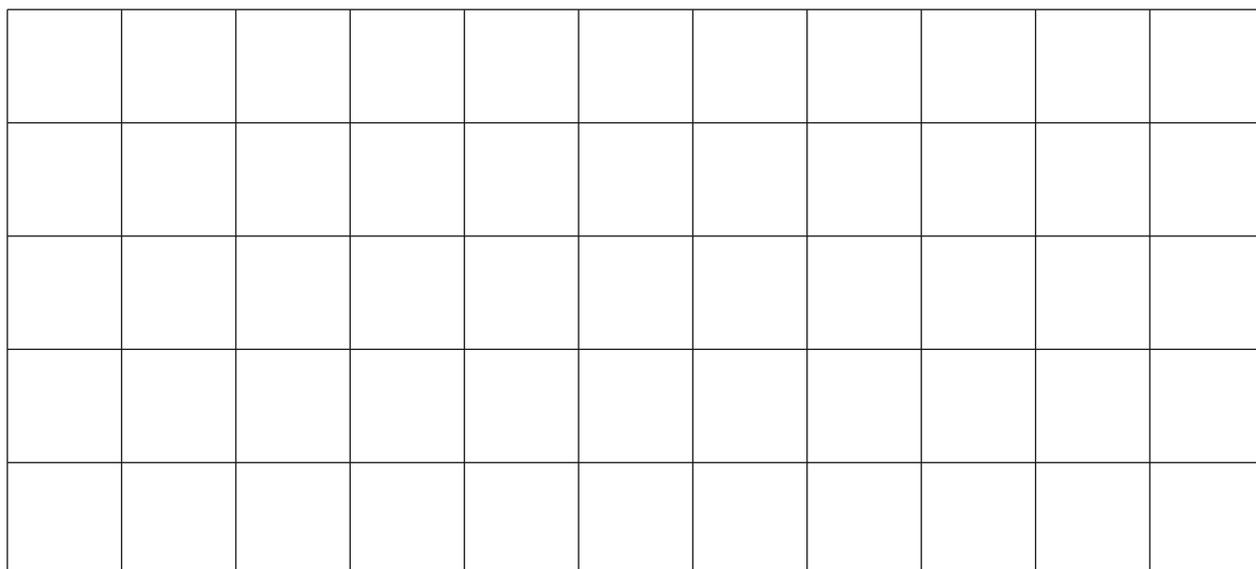
Réalise toutes les figures qu'on peut obtenir en accolant deux de ces triangles. Dessine les figures obtenues sur le quadrillage ci-dessous.



On ne peut accoler ces triangles que par des côtés de même longueur.



De la même manière, réalise toutes les figures qu'on peut obtenir avec trois de ces triangles. Dessine les figures obtenues sur le quadrillage ci-dessous.



Si tu n'en as pas oublié, tu as dû obtenir toutes les pièces du jeu "Shape by Shape". Compare les figures obtenues avec les pièces du jeu de la fiche suivante. Ce jeu comporte chaque pièce en double.

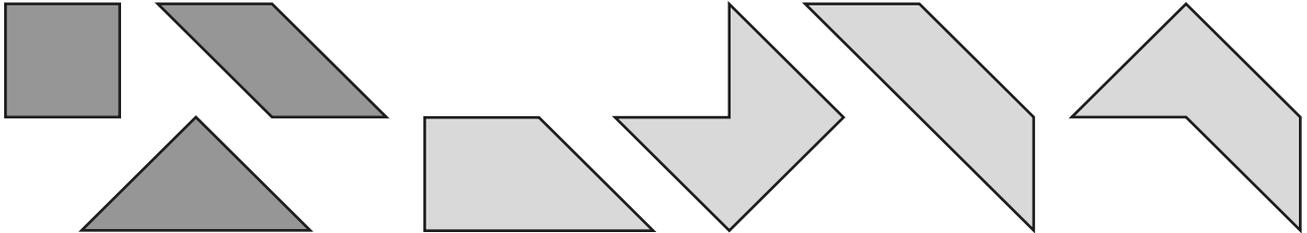


Aires avec "Shape by Shape"



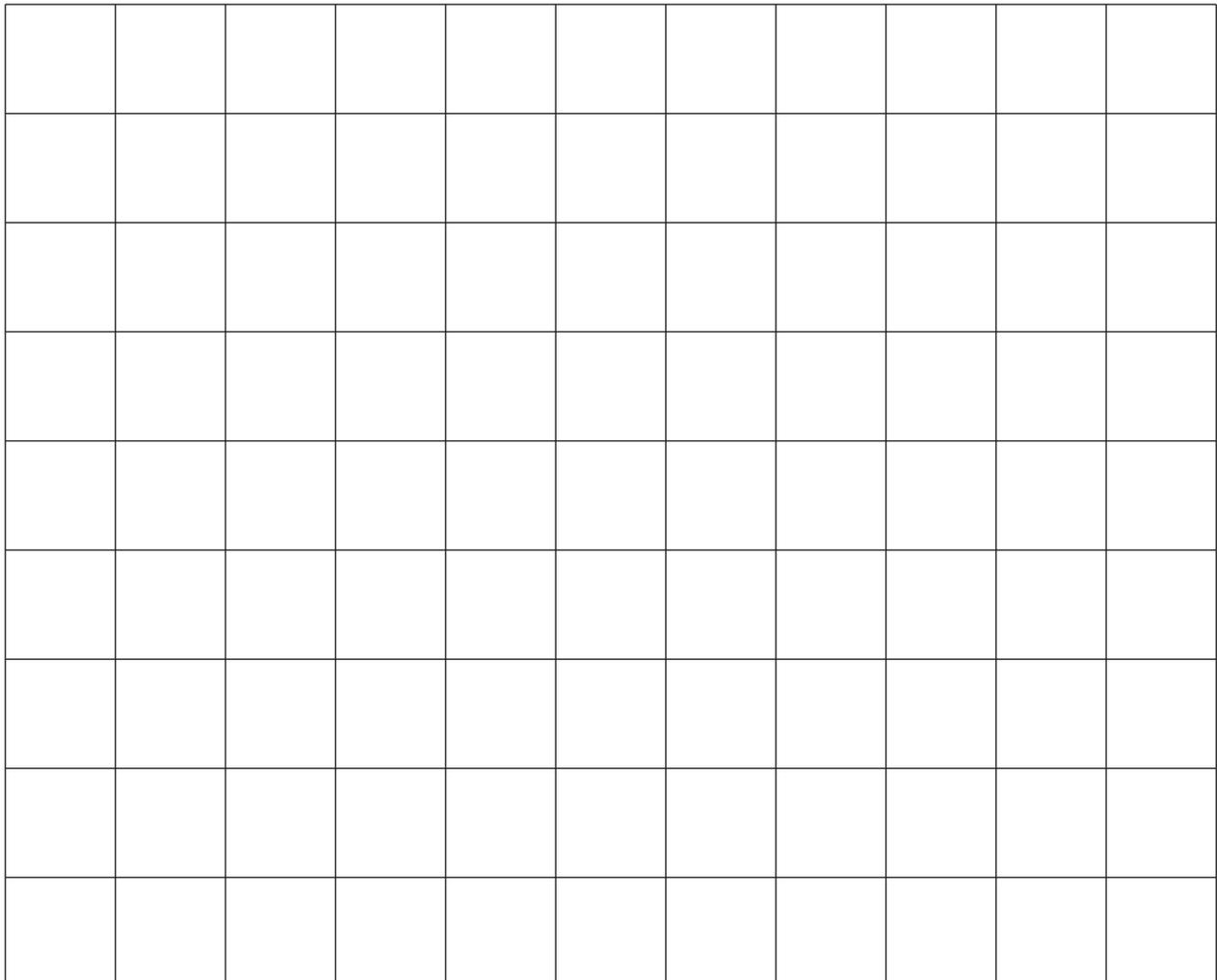
De l'aire, de l'aire !

Tu vas maintenant utiliser les pièces du jeu "Shape by Shape". Plie et colle l'une sur l'autre les parties indiquées "Recto" et "Verso". Tu peux aussi les coller de part et d'autre d'un carton fin. Découpe ensuite les pièces selon les contours.



On ne tient pas compte de l'épaisseur de ces pièces et on choisit l'aire du carré comme unité d'aire.

- 1°) Quelles sont les aires des pièces foncées ? Des pièces claires ?
- 2°) À l'aide des pièces du jeu, réalise un carré d'aire 2, un triangle d'aire 2, un rectangle d'aire 2. Dessine, ci-dessous, les figures obtenues.
- 3°) Réalise un rectangle d'aire 3, un d'aire 4 et un d'aire 6. Dessine, ci-dessous, les figures obtenues.
- 4°) Réalise un carré d'aire 4, un d'aire 8 et un d'aire 9. Dessine, ci-dessous, les figures obtenues.
- 5°) Quelle est l'aire du carré formé par toutes les pièces du jeu ?





Aires et périmètres (2)

avec Shape by Shape



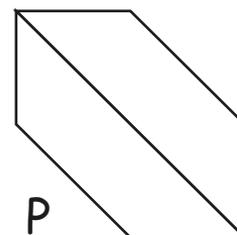
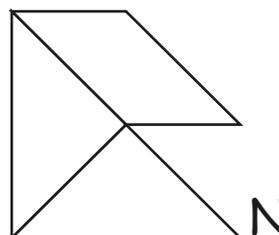
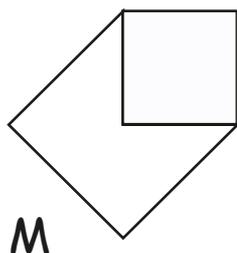
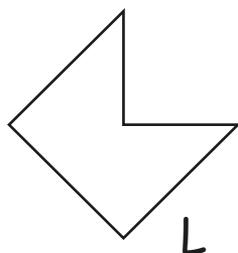
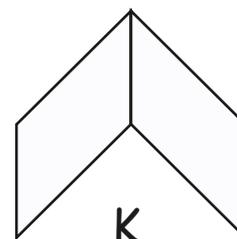
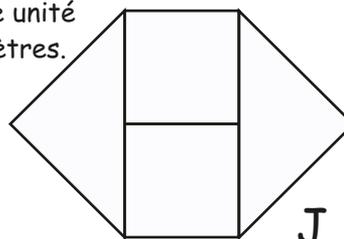
Aires et périmètres

Dans cette activité, on choisit l'aire u du carré comme unité d'aire et les longueurs p et g pour exprimer les périmètres.

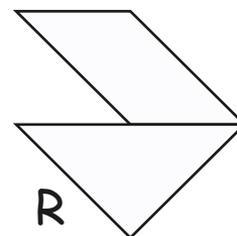
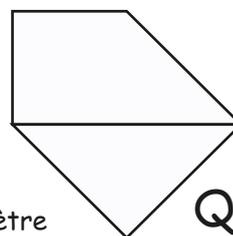
1°) Quelles sont les aires des figures J et K ?

Quels sont leurs périmètres ?

2°) Compare les aires et les périmètres des figures L et M puis des figures N et P.



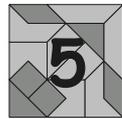
3°) Compare les aires et les périmètres des figures Q et R.



4°) Trouve deux autres figures telles que l'une ait un périmètre plus petit mais une aire plus grande que l'autre.



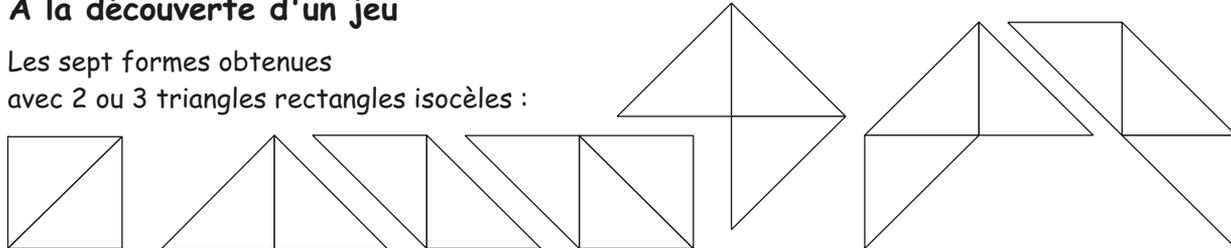
Aires avec Shape by Shape



Solutions

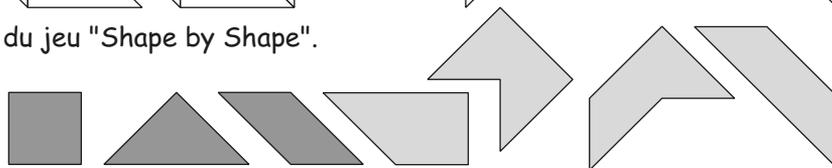
À la découverte d'un jeu

Les sept formes obtenues avec 2 ou 3 triangles rectangles isocèles :



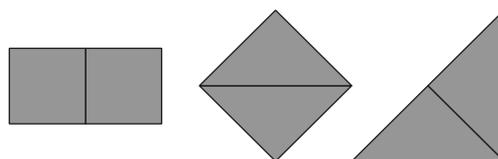
Cela donne les pièces suivantes du jeu "Shape by Shape".

De l'aire, de l'aire !

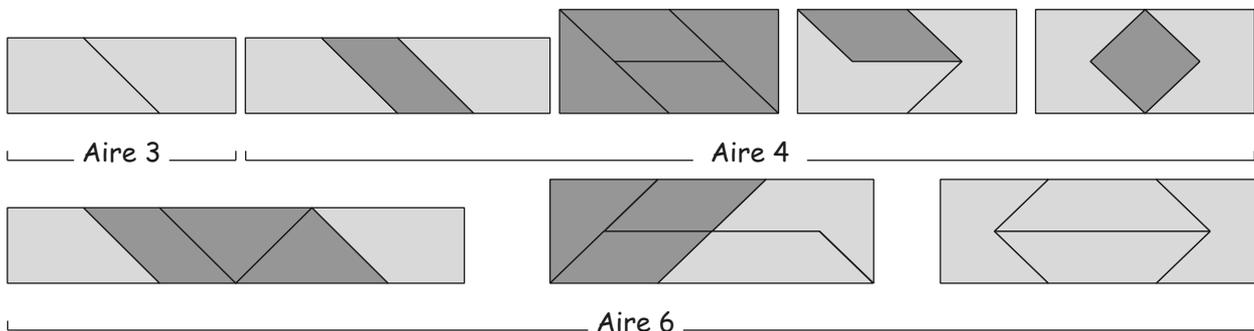


1°) Les pièces foncées ont une aire de 1 unité, les pièces claires ont une aire de 1,5 unités.

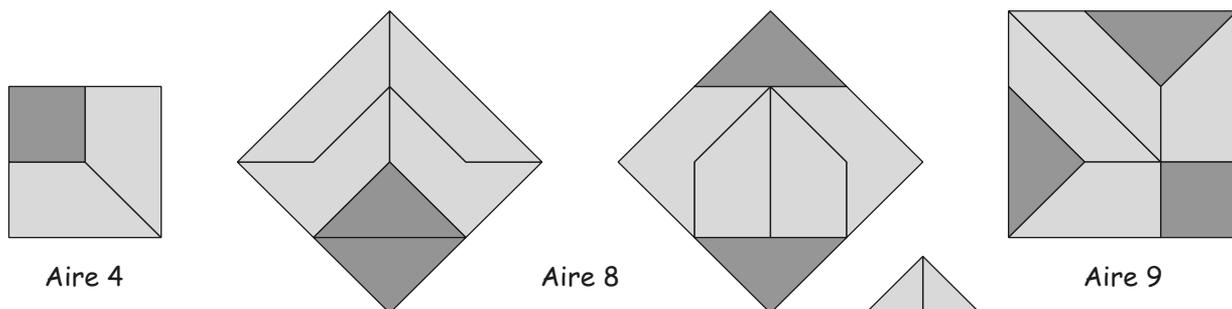
2°) Un rectangle, un carré et un triangle d'aire 2 unités :



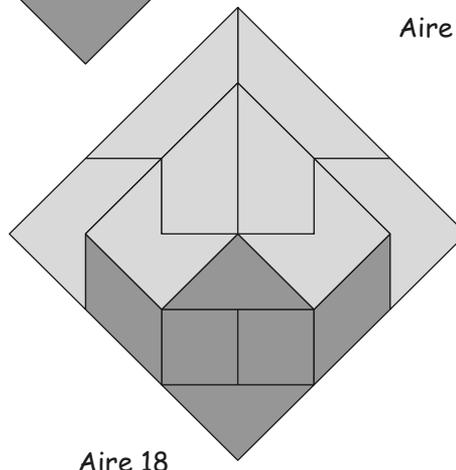
3°) Des rectangles d'aires 3, 4 et 6 unités.

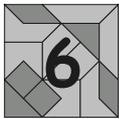


4°) Des carrés d'aires 4, 8 et 9 unités.



5°) Un carré formé par toutes les pièces.





Aires et périmètres

avec Shape by Shape (Solutions)

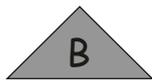


Périmètres en toutes lettres

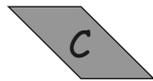
1°) Périmètres des pièces foncées et des pièces claires.



4 p



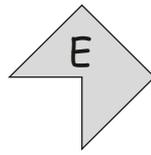
2 p + 2 g



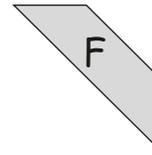
2 p + 2 g



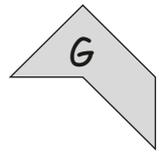
4 p + g



2 p + 3 g



2 p + 3 g

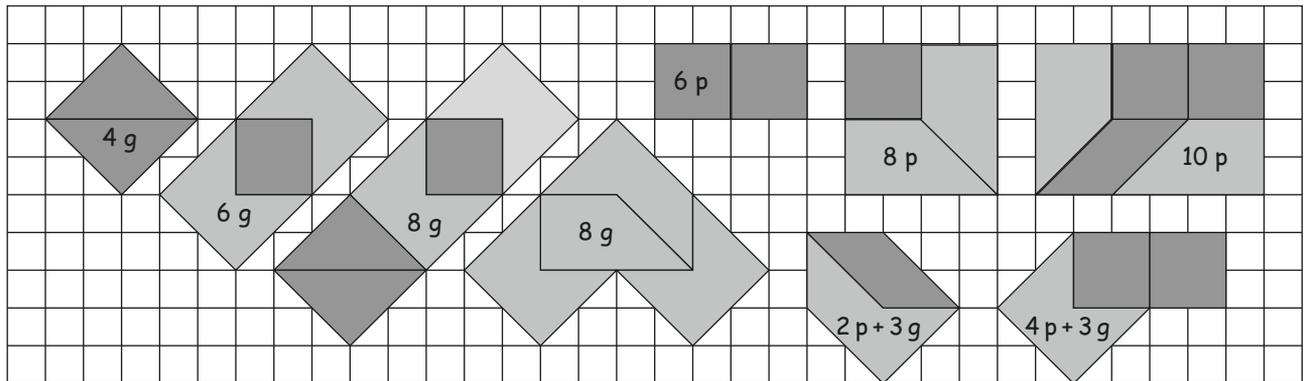


2 p + 3 g

2°) Le périmètre du carré (A) est plus petit que celui des deux autres pièces foncées : $4 p < 2 p + 2 g$.

Le périmètre du trapèze rectangle (D) est plus petit que celui des trois autres pièces claires : $4 p + g < 2 p + 3 g$.

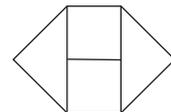
3° à 5°) Voici des figures dont les périmètres sont ceux demandés. Ces figures ne sont pas uniques.



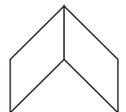
Aires et périmètres

1°) L'aire de la figure J est 4 u et celle de K est 2 u.

Le périmètre de la figure J est $2 p + 4 g$, et celui de la figure K est aussi $2 p + 4 g$.



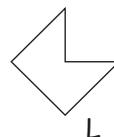
J



K

2°) La figure L a une aire plus petite que celle de la figure M (1,5 u pour L et 2,5 u pour M), mais elles ont le même périmètre $2 p + 3 g$.

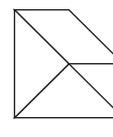
Les figures N et P ont la même aire 3 u, mais des périmètres différents : $6 p + 2 g$ pour N et $4 p + 2 g$ pour P.



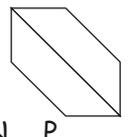
L



M

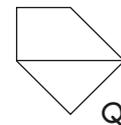


N

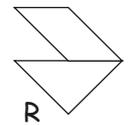


P

3°) L'aire de la figure Q est plus grande que celle de la figure R ($2,5 u > 2 u$), mais son périmètre est plus petit que celui de la figure R ($2 p + 3 g < 2 p + 4 g$).



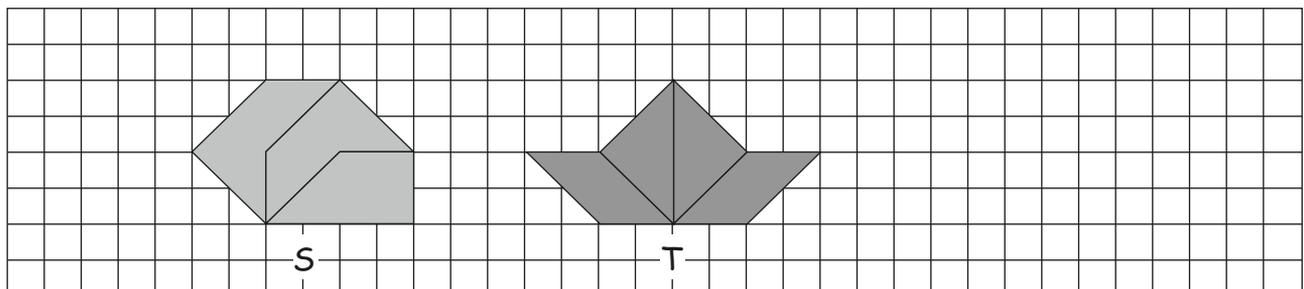
Q



R

4°) L'aire de la figure S est de 4,5 u et son périmètre est $4 p + 3 g$.

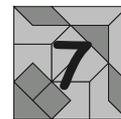
L'aire de la figure T est de 4 u et son périmètre est de $4 p + 4 g$.





Symétrie axiale (1)

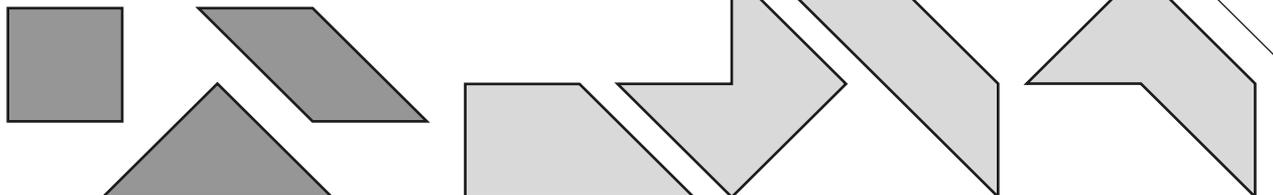
avec Shape by Shape



Découverte d'un jeu

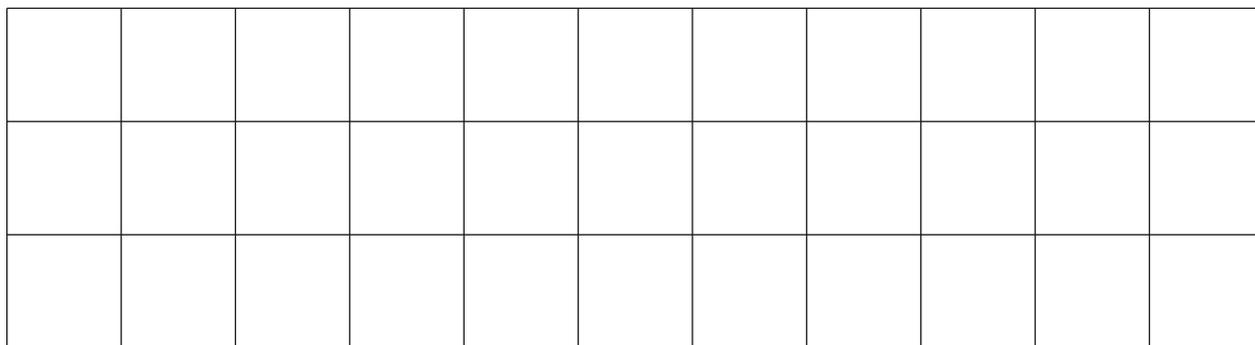
Si tu ne possèdes pas le jeu, plie et colle l'une sur l'autre les parties indiquées "Recto" et "Verso" du document qu'on t'a donné. Tu peux aussi les coller de part et d'autre d'un carton fin. Découpe ensuite les pièces selon les contours.

1°) Observe les pièces de ce puzzle. Elles sont formées de deux ou trois triangles rectangles isocèles accolés par leurs côtés de même longueur (exemples ci-contre).

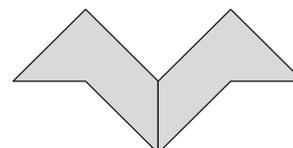


Quelles sont celles qui admettent un ou plusieurs axes de symétrie ?

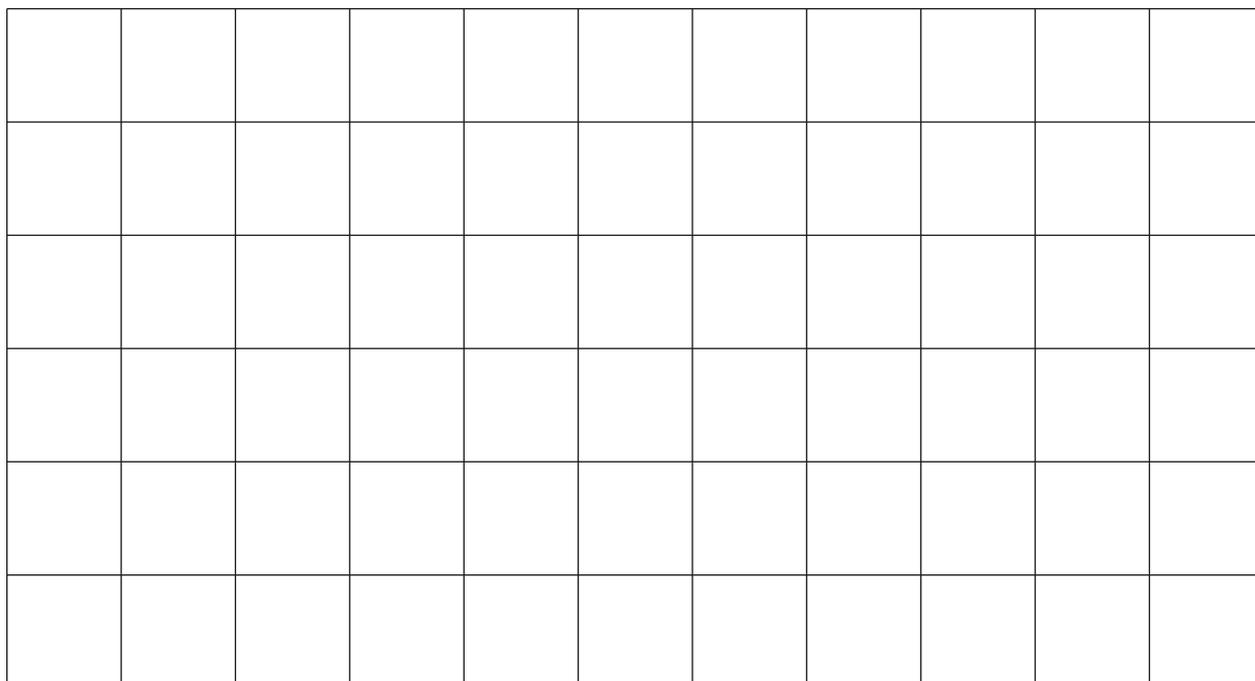
Dessine ci-dessous ces pièces et trace en pointillés leurs axes de symétrie.

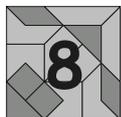


2°) Tu as remarqué que toutes les pièces étaient en double exemplaire. Tu peux disposer de plusieurs manières ces pièces deux par deux, symétriquement l'une par rapport à l'autre comme dans l'exemple ci-contre.



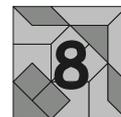
Dessine une disposition de chaque paire de pièces sur une feuille quadrillée.





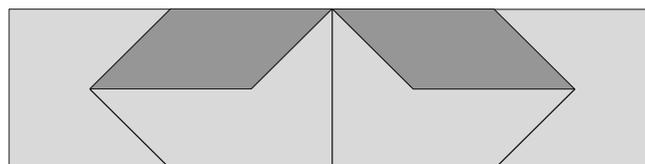
Symétrie axiale (2)

avec Shape by Shape

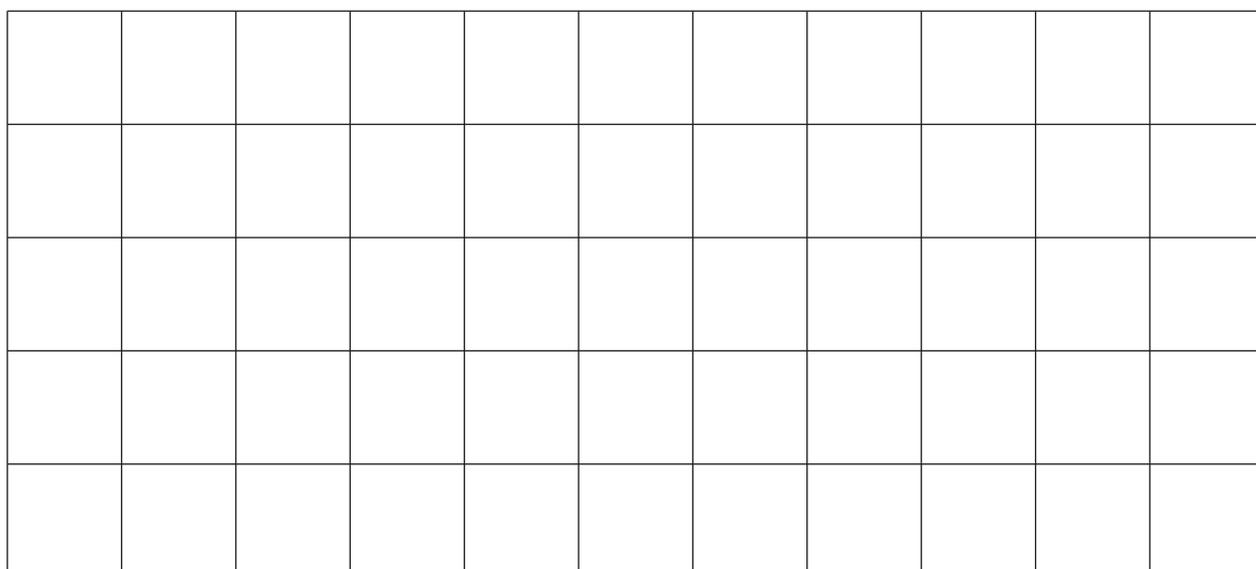
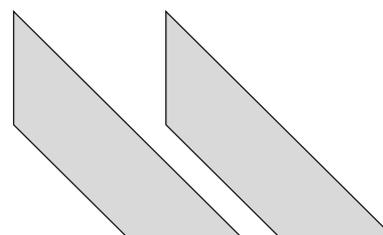
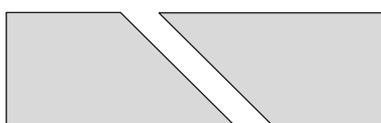
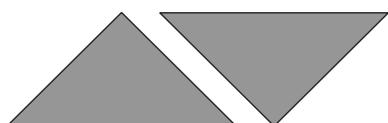


Figures symétriques

Six pièces ont été disposées suivant un rectangle (figure ci-contre). Elles sont symétriques les unes des autres par rapport à un axe.



De la même manière, réalise un rectangle où la disposition des pièces ci-dessous admet un axe de symétrie.

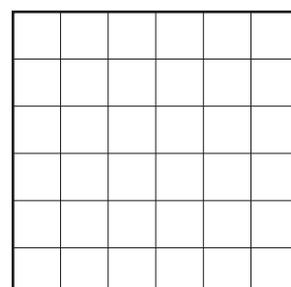
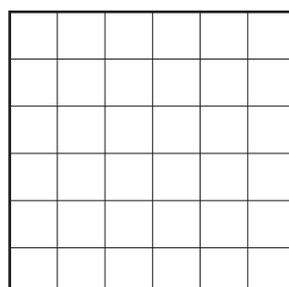
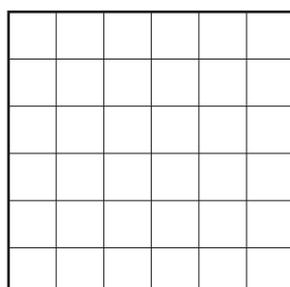
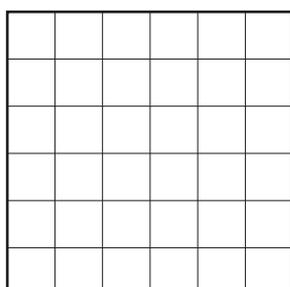
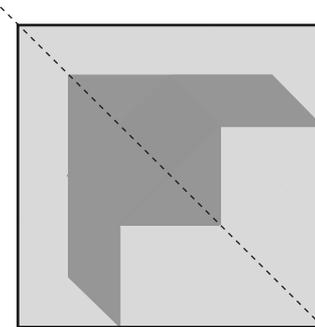


Réalisation de figures

1°) Observe le dessin ci-contre. Il propose une figure qui admet un axe de symétrie. Réalise ce dessin avec toutes les pièces du jeu. Dessine ta solution dans le carré de gauche ci-dessous.

2°) Dispose toutes les pièces du puzzle en un carré de façon à obtenir un motif symétrique par rapport à un axe horizontal, vertical ou diagonal.

Trouve trois solutions différentes et dessine-les ci-dessous.





Symétries axiale et centrale (1)

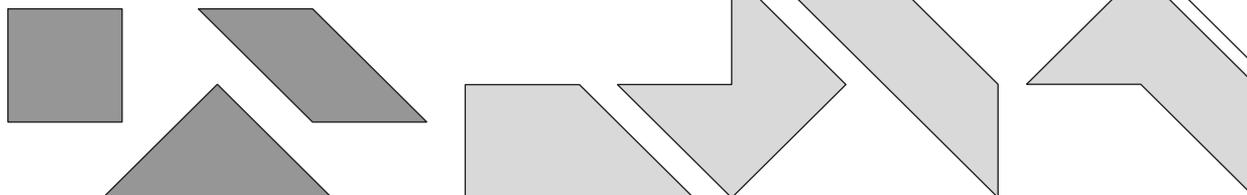


avec Shape by Shape

Découverte d'un jeu

Si tu ne possèdes pas le jeu, plie et colle l'une sur l'autre les parties indiquées "Recto" et "Verso" du document donné par ton professeur. Tu peux aussi les coller de part et d'autre d'un carton fin. Découpe ensuite les pièces selon les contours.

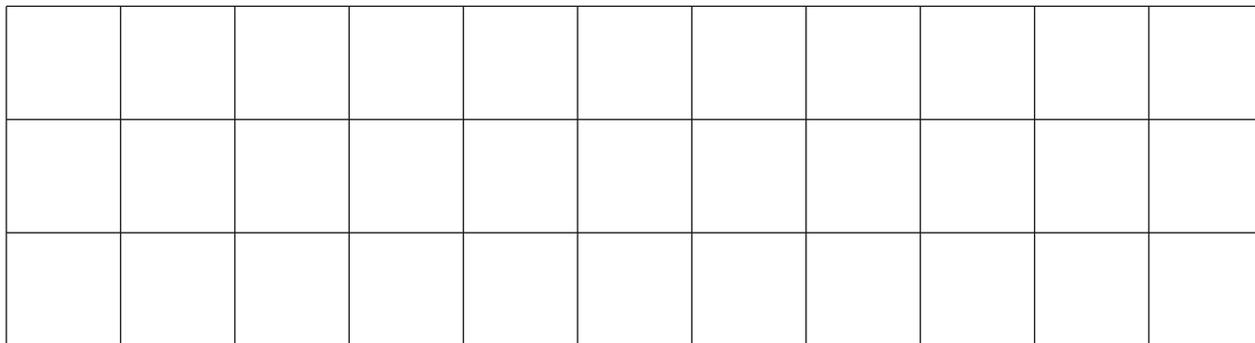
1°) Observe les pièces de ce puzzle. Elles sont formées de deux ou trois triangles rectangles isocèles accolés par leurs côtés de même longueur (exemples ci-contre).



Quelles sont celles qui admettent un ou plusieurs axes de symétrie ?

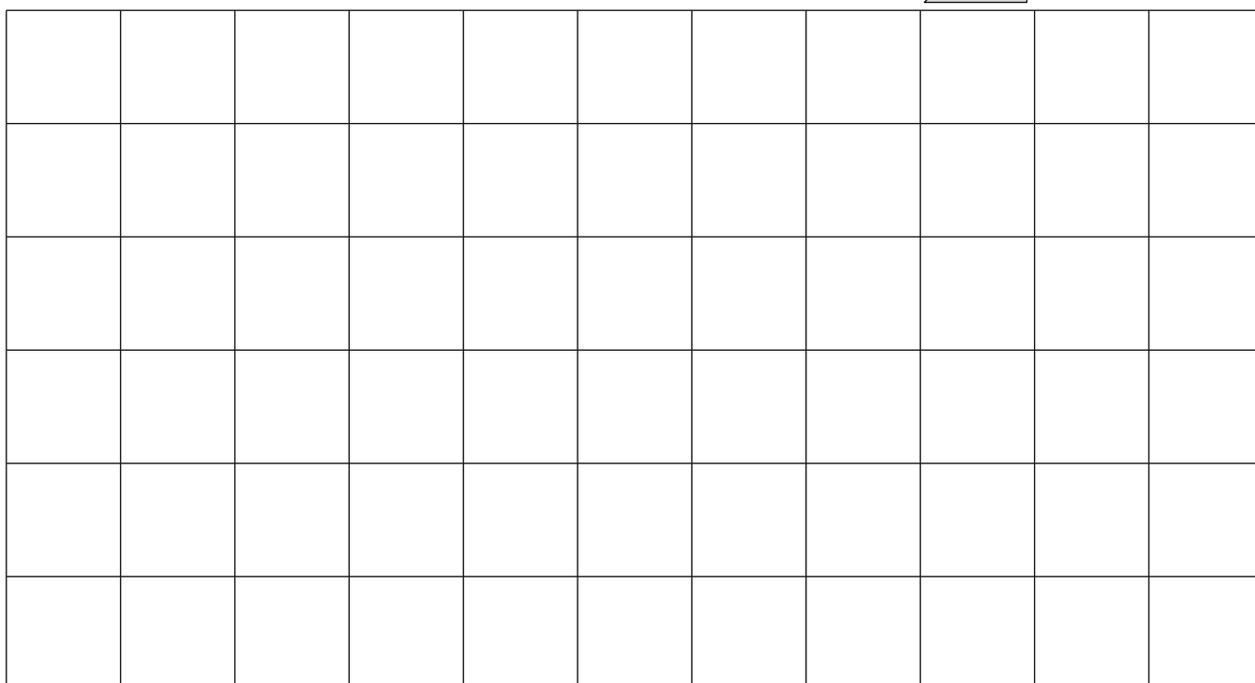
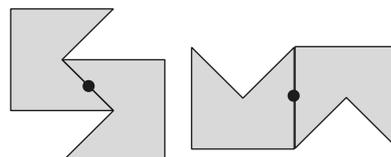
Dessine ci-dessous ces pièces et trace en pointillés leurs axes de symétrie.

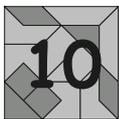
Y en a-t-il qui admettent un centre de symétrie ? Dessine ci-dessous ces pièces et place les centres de symétrie.



2°) As-tu remarqué que toutes les pièces étaient en double exemplaire ?

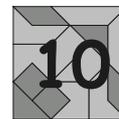
Dispose ces pièces deux par deux, dans une symétrie centrale, comme dans l'exemple ci-contre. Il y a beaucoup de solutions !





Symétries axiale et centrale (2)

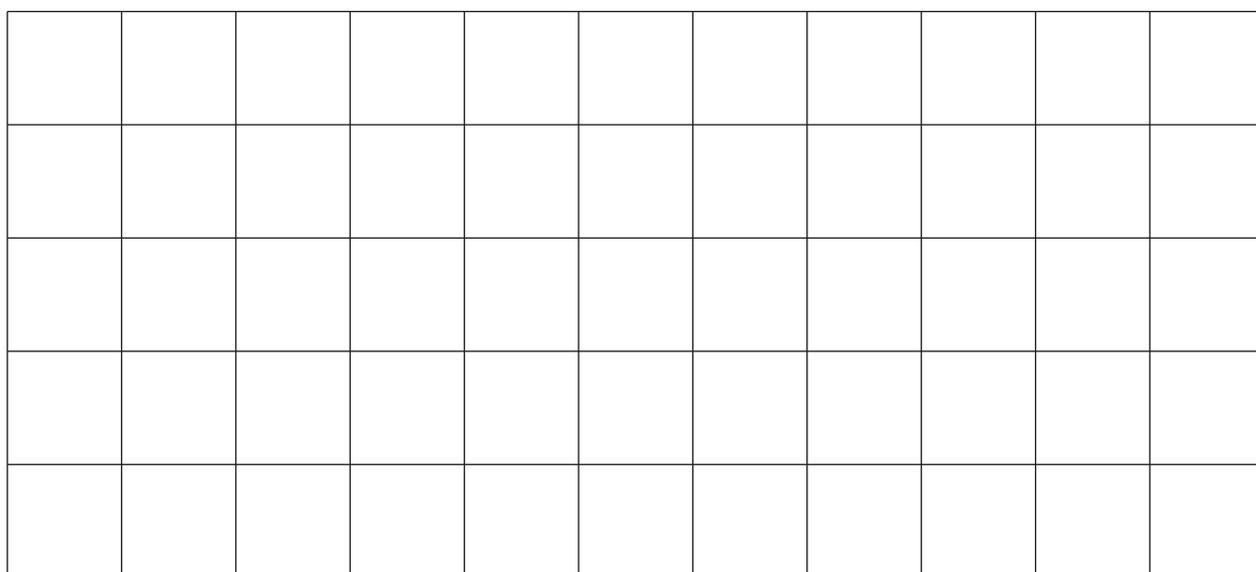
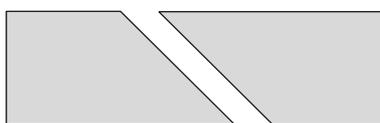
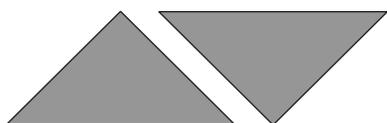
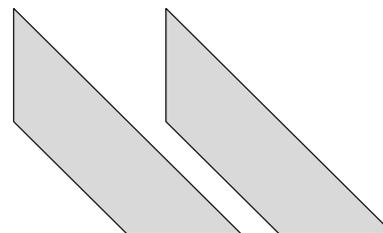
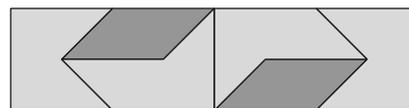
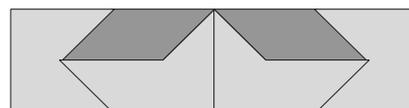
avec Shape by Shape



Figures symétriques

Six pièces ont été disposées suivant un rectangle. Elles sont symétriques les unes des autres par rapport à un axe dans le premier rectangle et par rapport à un centre dans le deuxième rectangle.

De la même manière, réalise un premier rectangle où la disposition des pièces ci-dessous admet un axe de symétrie, puis un deuxième rectangle où la disposition des mêmes pièces admet un centre de symétrie.

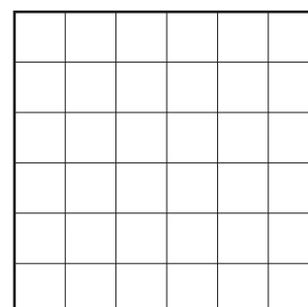
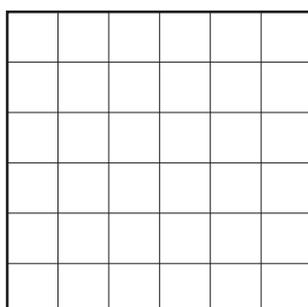
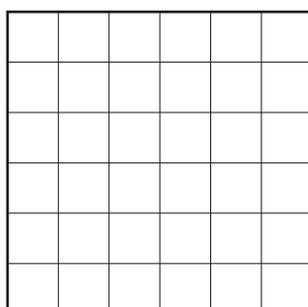
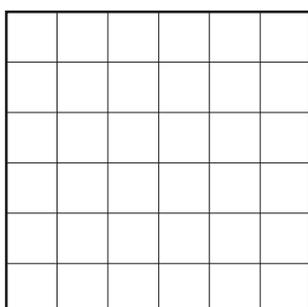
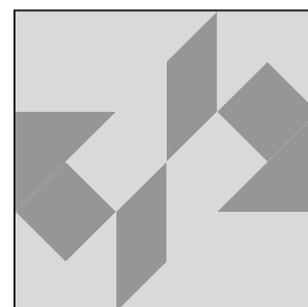


Réalisation de figures

1°) Observe le dessin ci-contre. C'est une figure qui admet un centre de symétrie. Réalise ce dessin avec toutes les pièces du jeu. Dessine ta solution dans le carré de gauche ci-dessous.

2°) Dispose toutes les pièces du puzzle en un carré de façon à obtenir un motif qui admet un centre de symétrie.

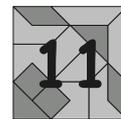
Trouve trois solutions différentes et dessine-les ci-dessous.





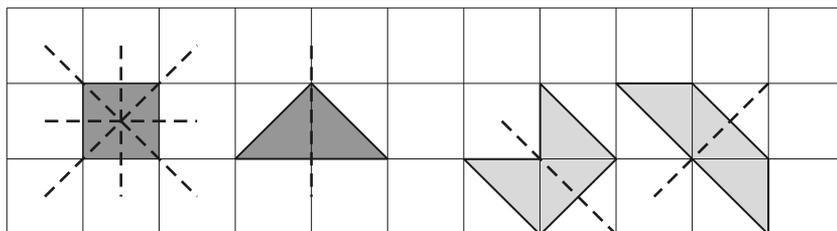
Symétrie axiale (2)

avec Shape by Shape (Solutions)

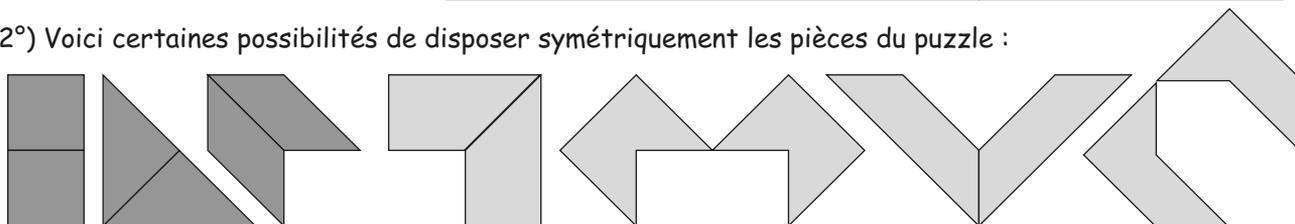


Découverte d'un jeu

1°) Voici les quatre pièces qui admettent des axes de symétrie.

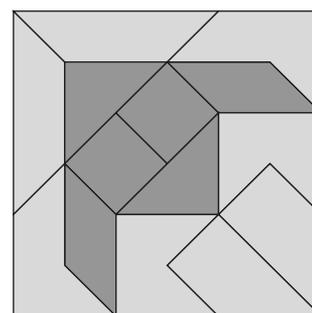
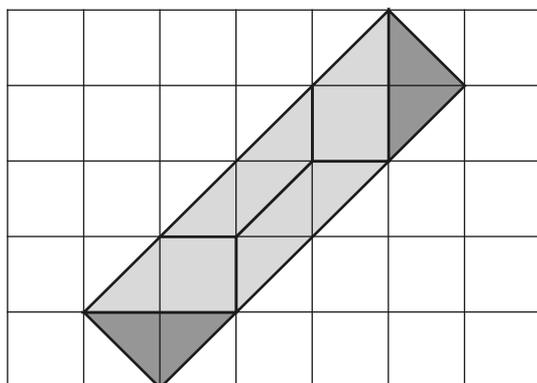


2°) Voici certaines possibilités de disposer symétriquement les pièces du puzzle :



Figures symétriques

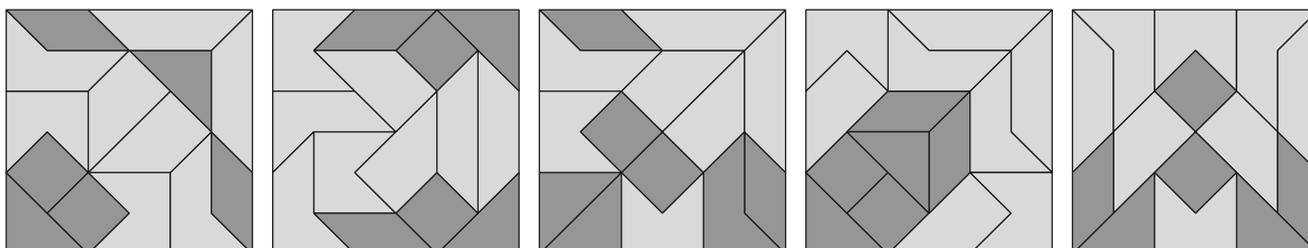
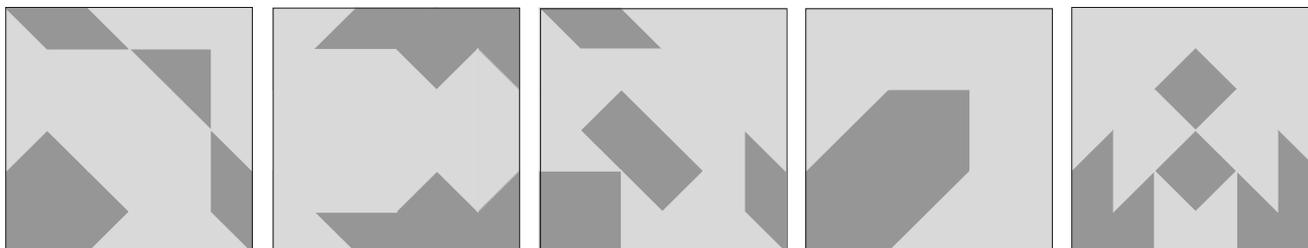
Voici un rectangle utilisant les pièces indiquées et dont la disposition admet un axe de symétrie.



Réalisation de figures

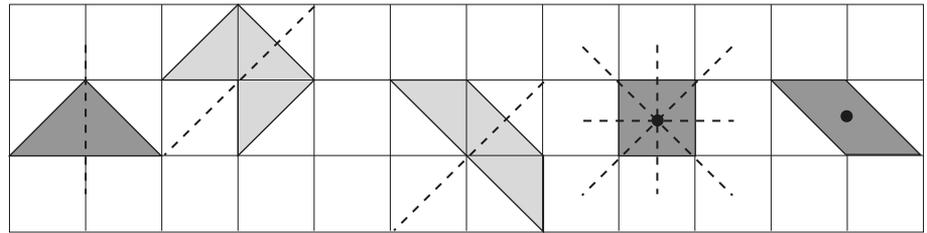
1°) Voici une solution à la figure proposée. Le motif admet un axe de symétrie et les pièces sont aussi disposées de façon symétrique.

2°) Voici quelques motifs admettant des axes de symétrie. Pour l'un d'entre eux, les pièces ne sont pas disposées symétriquement par rapport à l'axe.

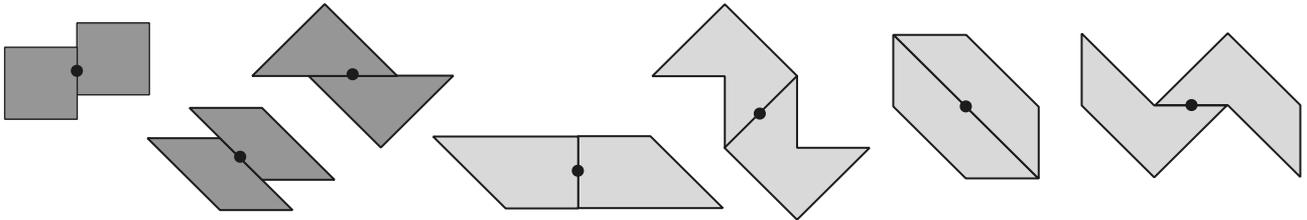


Découverte d'un jeu

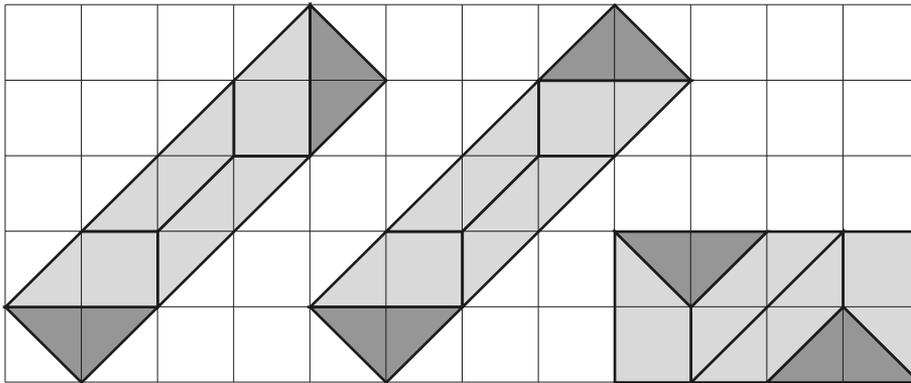
1°) Voici les pièces qui admettent des axes ou un centre de symétrie.



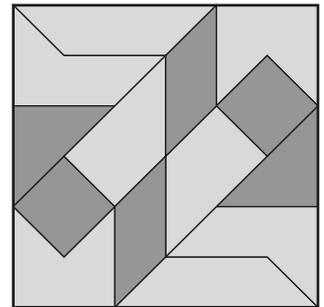
2°) Voici certaines possibilités de disposer les pièces du puzzle symétriquement par rapport à un point :



3°) Voici, à gauche, un rectangle utilisant les pièces indiquées et dont la disposition admet un axe de symétrie.



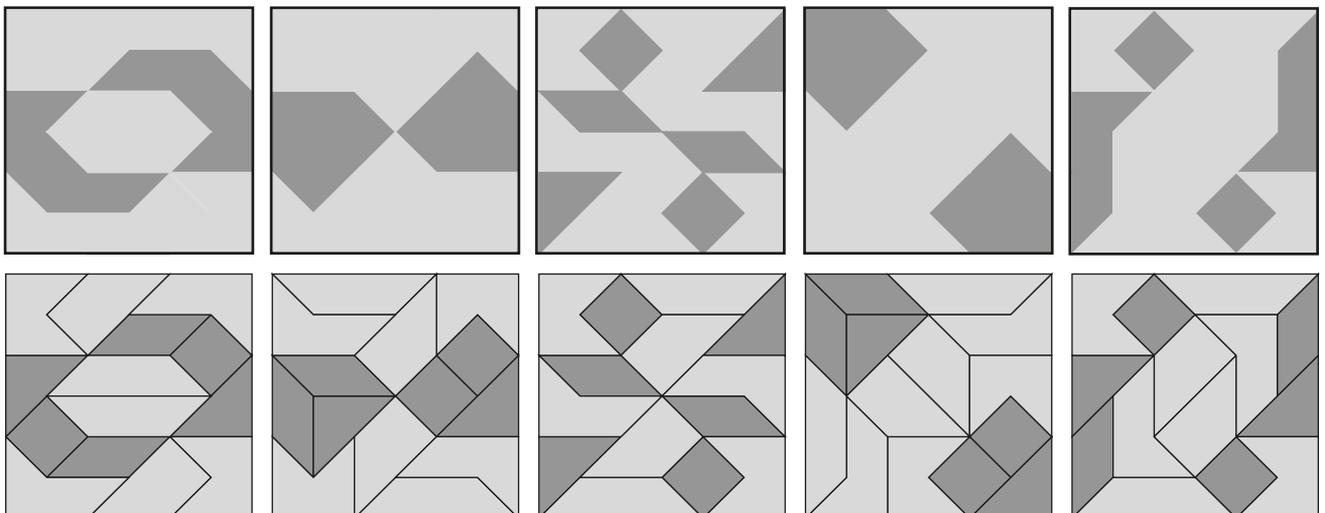
Voici, à droite du tableau ci-contre, deux rectangles utilisant les pièces indiquées et dont la disposition admet un centre de symétrie.



Réalisation de figures

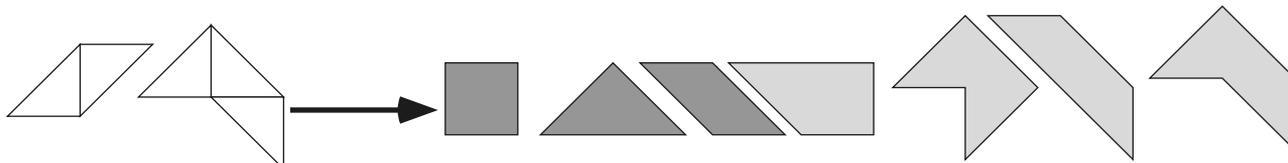
1°) Voici une solution à la figure proposée. Le motif admet un centre de symétrie et les pièces sont aussi disposées de façon symétrique.

2°) Voici quelques motifs admettant un centre de symétrie. L'un d'entre eux admet deux axes de symétrie et donc un centre de symétrie, mais les pièces ne sont symétriques que par rapport à un seul axe.

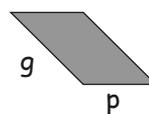


Des rectangles, des aires et des périmètres

On rappelle que les pièces de Shape by Shape sont toutes les formes qu'on peut réaliser en accolant par un même côté deux ou trois triangles rectangles isocèles identiques. Deux pièces superposables par un retournement ou par un déplacement sont identiques.



On rappelle aussi que si p désigne la longueur du petit côté du parallélogramme, si g désigne la longueur du grand côté du parallélogramme et si u désigne l'aire de la pièce carrée, alors le parallélogramme a pour périmètre $2p + 2g$ et pour aire u .



Quatre défis

Réaliser un rectangle d'aire $9u$ et de périmètre $20p$.

Réaliser un rectangle d'aire $12u$ et de périmètre $14g$.

Réaliser un rectangle d'aire $16u$ et de périmètre $18g$.

Réaliser un autre rectangle de même aire $16u$, mais de périmètre $12g$.

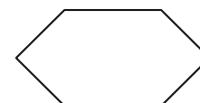
Pour jouer

Quatre recherches

Avec des pièces du puzzle, réalise de toutes les manières possibles la figure ci-contre d'aire $2,5u$.



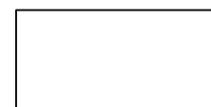
Avec des pièces du puzzle, réalise de toutes les manières possibles la figure ci-contre d'aire $3u$.



Avec des pièces du puzzle, réalise de toutes les manières possibles la figure ci-contre d'aire $3u$.



Avec des pièces du puzzle, réalise de toutes les manières possibles la figure ci-contre d'aire $4u$.



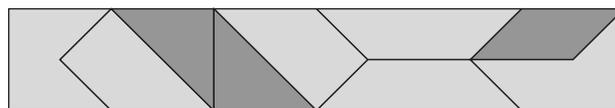
Des rectangles, des aires et des périmètres

Quatre défis

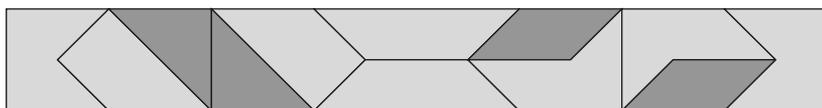
Un rectangle d'aire 9 u et de périmètre 20 p.



Un rectangle d'aire 12 u et de périmètre 14 g.

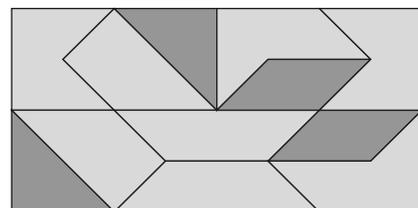


Un rectangle d'aire 16 u et de périmètre 18 g.



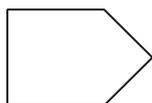
Un autre rectangle de même aire 16 u, mais de périmètre 12 g.

Il suffit de séparer les trois rectangles composant le rectangle précédent et de les disposer selon la figure ci-contre.

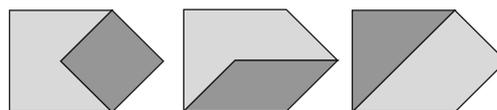


Pour jouer

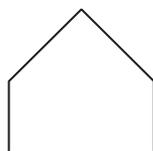
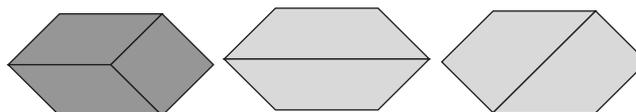
Quatre recherches



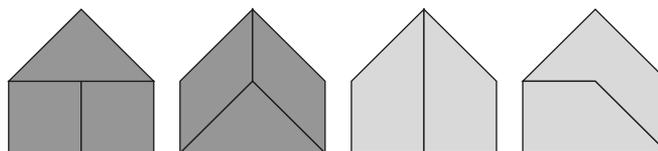
Les figures d'aire 2,5 u sont obligatoirement formées d'une pièce foncée (1 u) et d'une pièce claire (1,5 u).



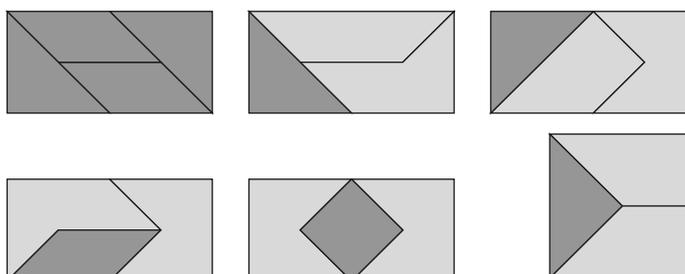
Les figures d'aire 3 u sont formées de trois pièces foncées ou de deux pièces claires.

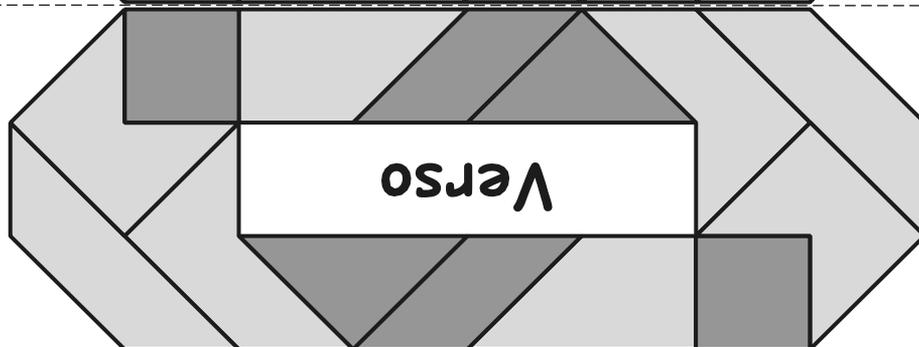
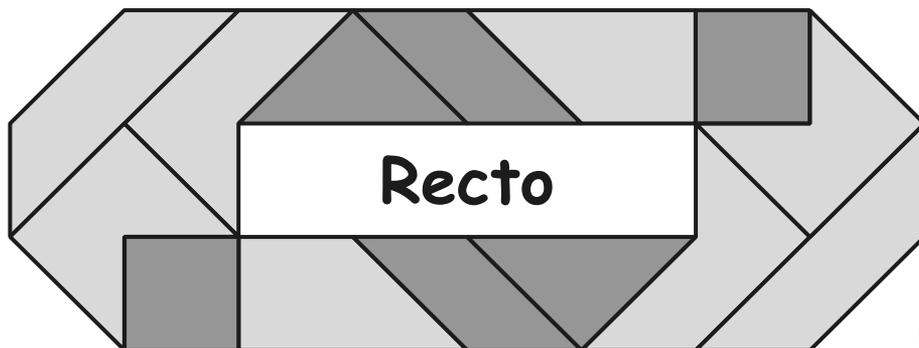
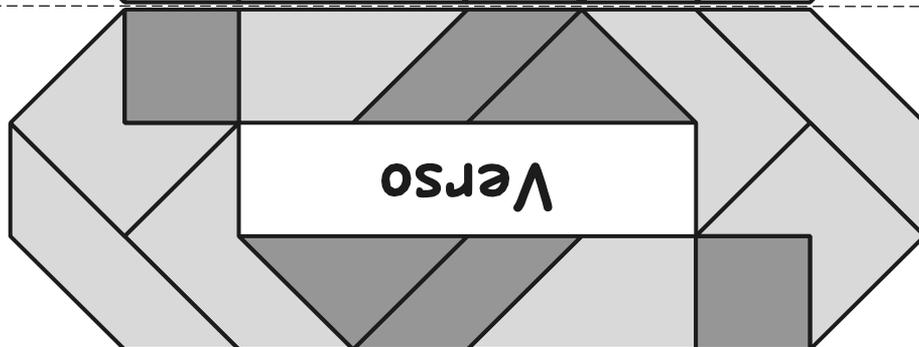
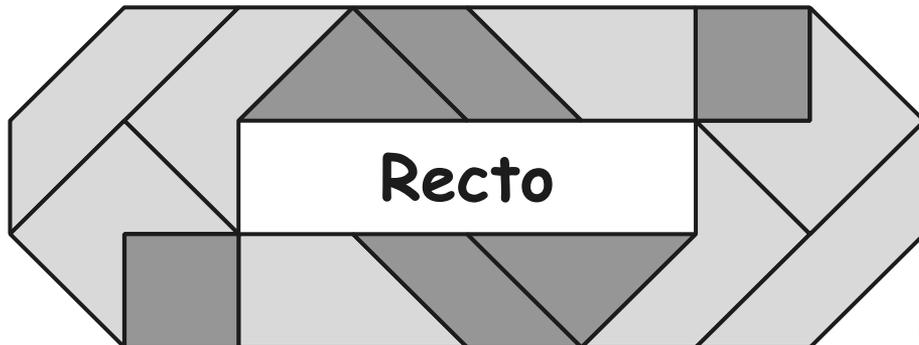
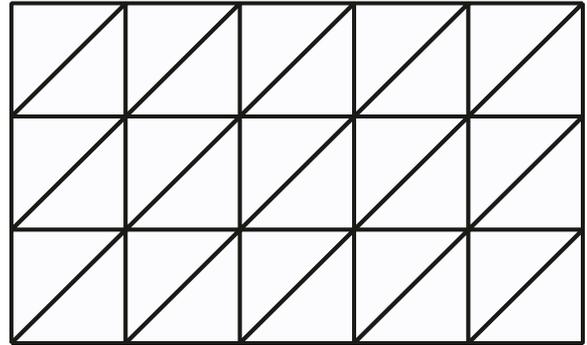
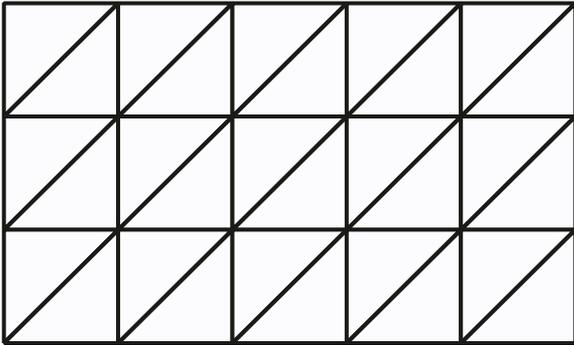


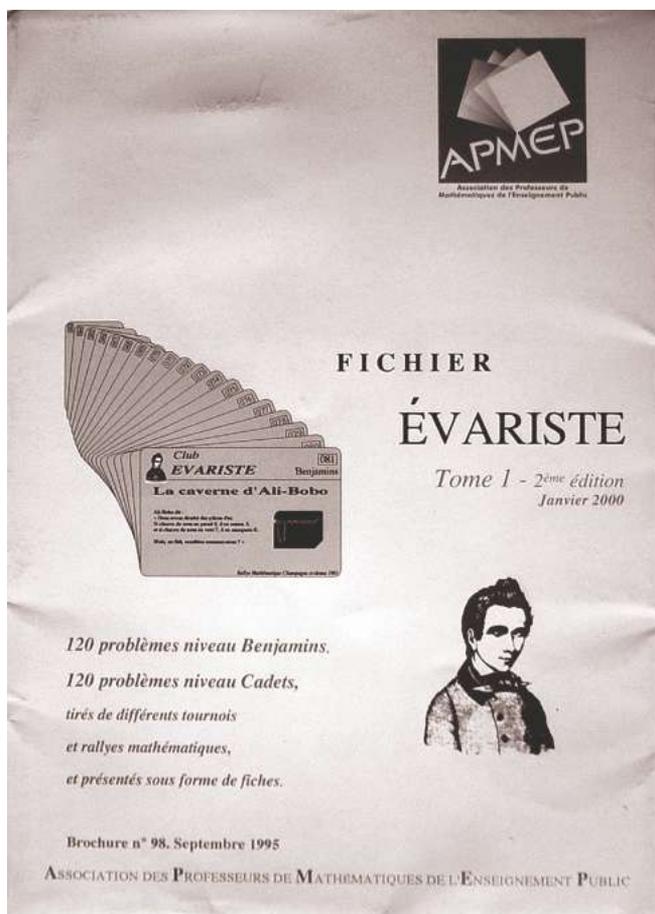
Les figures d'aire 3 u sont formées de trois pièces foncées ou de deux pièces claires.



Voici des rectangles d'aire 4 u et, ce qui n'était pas demandé, un carré d'aire 4 u.







Organisation de ces deux brochures

- * Les fiches problèmes avec
 - au recto : les énoncés des problèmes,
 - au verso : des aides au choix et à la résolution
 - thèmes,
 - pré-requis,
 - notions utilisables,
 - compétences ou qualités développées,
 - démarches ou méthodes possibles.
- * Les fiches réponses.
- * Les fiches élèves qui permettent de noter les numéros des problèmes résolus.
- * Les fiches "cartes de club" pour les établissements qui veulent créer un club "Évariste".

Pour chaque niveau (Benjamins et Cadets), un index permet quatre entrées dans l'ensemble des problèmes :

- par compétence ou qualité,
- par thème,
- par notion,
- par ordre alphabétique.

480 problèmes « pour chercher », de la classe de sixième à la classe de troisième

Réalisation matérielle du fichier

- * Une boîte de fiches au format A6 :
Chaque page A4 contient 4 fiches problèmes à photocopier sur feuille cartonnée puis à massicoter au format A6. On trouve des boîtes à ce format dans le commerce.
- * Deux types de fichiers possibles :
 - un pour les élèves avec seulement les problèmes au recto des fiches,
 - un pour les enseignants avec, en plus, les renseignements et aides au verso des fiches.
- * Une numérotation continue sur les deux tomes :
Avec 120 problèmes dans chaque brochure et pour chaque niveau, les fiches sont numérotées de 1 à 240 pour les Benjamins et pour les Cadets.

