

Problème 1 :

Un professeur de SVT demande aux 29 élèves d'une classe de sixième de faire germer des graines de blé chez eux.

Le professeur donne un protocole expérimental à suivre :

- mettre en culture les graines sur du coton dans une boîte placée dans une pièce éclairée, de température entre 20 °et 25 °C ;
- arroser une fois par jour ;
- il est possible de couvrir les graines avec un film transparent pour éviter l'évaporation de l'eau.

Le tableau ci-dessous donne les tailles des plantules (petites plantes) des 29 élèves à 10 jours après la mise en germination.

| | | | | | | | | | | | |
|---------------------|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Taille en <i>cm</i> | 0 | 8 | 12 | 14 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 |
| Effectif (élèves) | 1 | 2 | 2 | 4 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 2 |

1. Combien de plantules ont une taille qui mesure au plus 12 *cm* ?
2. Donner l'étendue de cette série.
3. Calculer la moyenne de cette série. Arrondir au dixième près.
4. Déterminer la médiane de cette série et interpréter le résultat.
5. On considère qu'un élève a bien respecté le protocole si la taille de ses plantules à 10 jours est supérieure ou égale à 14 *cm*.
Quel pourcentage des élèves de la classe a bien respecté le protocole?
6. Le professeur a fait lui-même la même expérience en suivant le même protocole. Il a relevé la taille obtenue à 10 jours de germination.
Prouver que, si on ajoute la donnée du professeur à cette série, la médiane ne changera pas.

Problème 2 :

Cinq affirmations sont données ci-dessous :

Affirmation 1 : $\frac{1}{8}$ est un nombre décimal.

Affirmation 2 : 72 a exactement cinq diviseurs.

Affirmation 3 : Si n est un entier, $(n - 1)(n + 1) + 1$ est toujours égal au carré d'un entier.

Affirmation 4 : Deux nombres impairs sont toujours premiers entre eux.

Affirmation 5 : On lance successivement deux dés à 6 faces et on note le produit des deux résultats obtenus. La probabilité que le produit soit pair est $\frac{1}{2}$.

Pour chacune, indiquez si elle est vraie ou fausse en argumentant la réponse.

Problème 3 :

On considère les programmes de calcul suivants :

Programme A

- On choisit un nombre de départ.
- Lui ajouter I .
- Calculer le carré de la somme obtenue.
- Soustraire au résultat le carré du nombre de départ.

Programme B

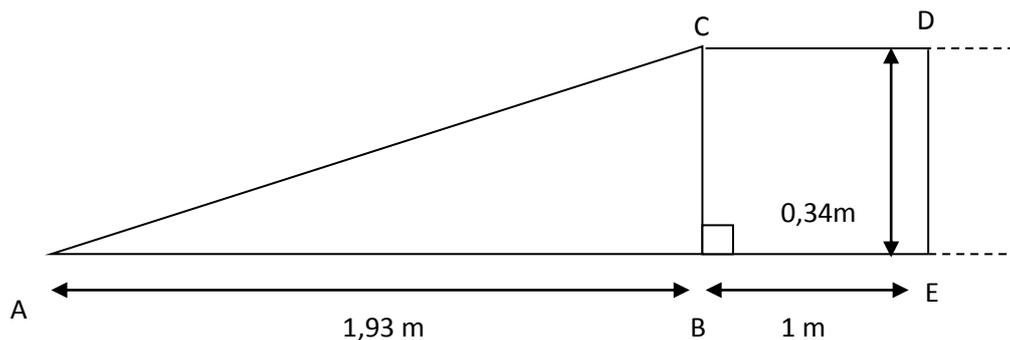
- Choisir un nombre.
- Ajoute I au double de ce nombre.

1. On choisit 5 comme nombre de départ. Quel résultat obtient-on avec chacun des deux programmes?
2. Démontrer que quel que soit le nombre choisi, les résultats obtenus avec les deux programmes sont toujours égaux.

Problème 4 :

Dans un lycée, on doit transformer un escalier en une rampe afin de faciliter l'accès aux personnes à mobilité réduite.

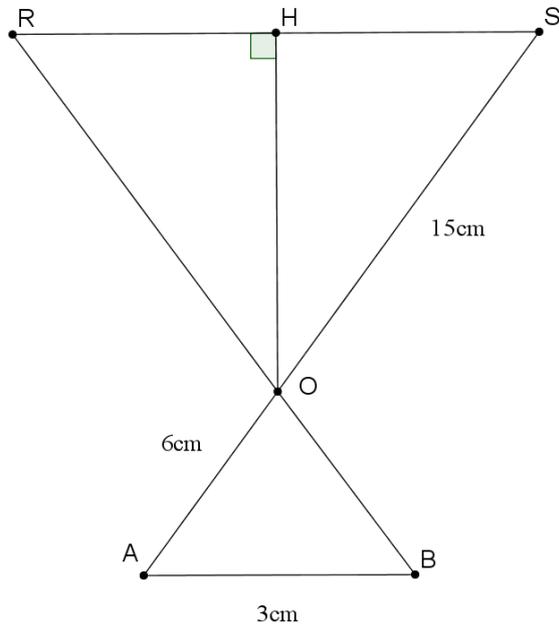
Sur le schéma, les proportions ne sont pas respectées.



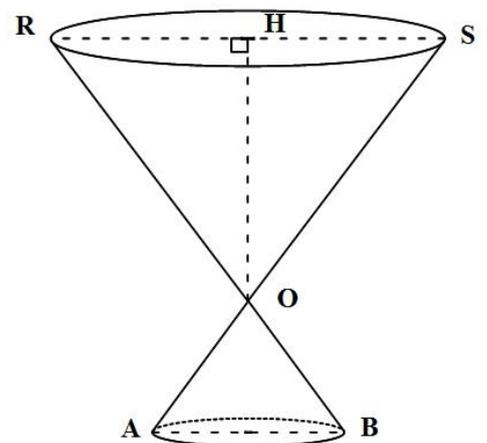
1. Calculer, en mètre, la longueur AC . Arrondir le résultat au centième.
2. Calculer, en mètre carré, l'aire du triangle ABC . Arrondir les résultats au centième.
3. Pour des raisons de sécurité, l'angle \widehat{BAC} de la rampe d'accès ne doit pas être supérieur à 12° . Préciser si la construction répond à la norme. Justifier la réponse.

Problème 5 :

1. On considère la configuration ci-dessous où les droites (AB) et (RS) sont parallèles et les points A, O, S et B, O, R sont alignés.
Montrer que la longueur RS mesure $7,5\text{cm}$.



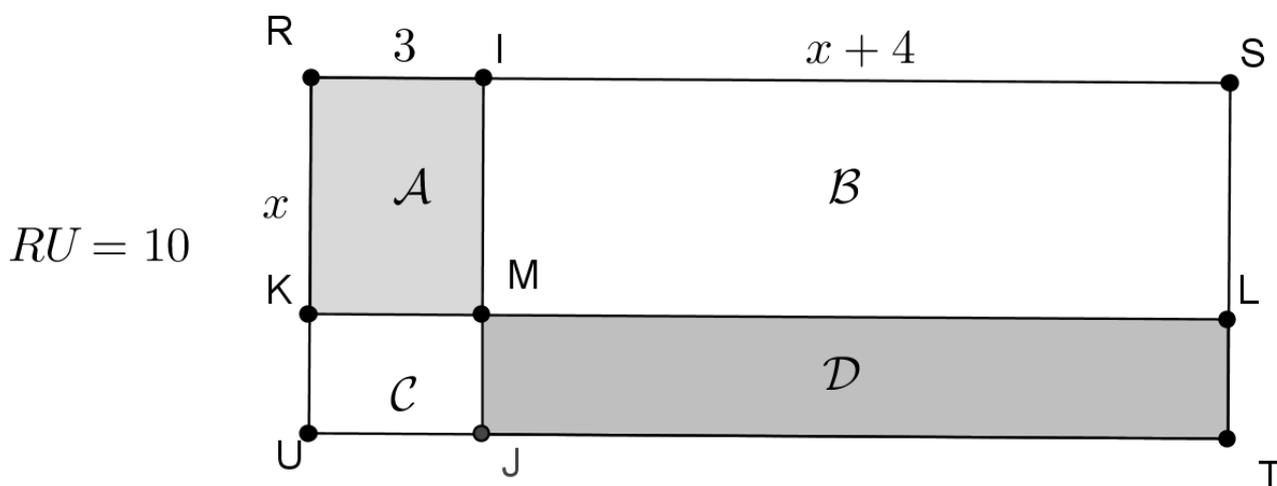
2. Un traiteur utilise des flûtes à champagne composées de deux cônes posés l'un sur l'autre par leur sommet. La figure de la question 1 représente une coupe longitudinale de ces flûtes. La partie que l'on remplit est le cône dont la base a pour diamètre le segment $[RS]$.



- Quelle est la nature de cette base ? Quel est son rayon ?
 - Calculez la hauteur OH de cône. On donnera un résultat arrondi au dixième près.
 - Justifier que le volume du cône est de 214cm^3 (arrondi au cm^3 près).
3. Le traiteur ne remplit les flûtes qu'au $\frac{4}{5}$ de la hauteur.
- Quelle quantité de champagne contient alors une flûte ?
 - Combien de flûtes peut-il remplir avec un magnum de champagne (un magnum contient $1,5\text{L}$).

Problème 6 :

On considère la figure ci-dessous. $RSTU$, $RIMK$, $ISLM$, $MLTJ$ et $KMJU$ sont des rectangles. L'unité de mesure est le *centimètre* :



1. On suppose que $x = 5$ uniquement pour cette question.
 - a. Calculer l'aire du rectangle A .
 - b. Calculer l'aire du rectangle D .

Pour toute la suite du problème, on ne donne pas de valeur pour RK et on pose $RK = x$.

On a donc également $IS = x + 4$.

Les valeurs de RI et RU sont fixes, $RU = 10\text{cm}$ et $RI = 3\text{cm}$.

On souhaite trouver une réponse à la question suivante :

Existe-t-il une ou plusieurs valeur(s) de x telle(s) que les aires des rectangles A et D sont égales et quelle(s) est (sont)-elle(s) ?

2. a. Donner une expression de la longueur KU en fonction de x .
- b. Donner un encadrement de x .
- c. Déterminer l'expression de l'aire du rectangle A en fonction de x .
- d. Montrer que l'aire du rectangle D peut-être donnée par l'expression $-x^2 + 6x + 40$.

3. Pour répondre à la question posée, on se sert d'un logiciel de type Tableur et on a construit le tableau ci-dessous :

| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|---|-----------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2 | Aire du rectangle A | 0 | 3 | | 9 | 12 | 15 | 18 |
| 3 | Aire du rectangle D | 40 | 45 | 48 | 49 | 48 | | 40 |
| 4 | | | | | | | | |

- a. Quelle valeur doit-on mettre dans la case D2 ?
 - b. Quelle valeur doit-on mettre dans la case G3 ?
 - c. Quelle formule a-t-on tapé pour obtenir le résultat de la case H2 ?
4. Un autre logiciel nous donne le graphique en **ANNEXE** représentant l'aire du rectangle D en fonction de x .
- a. Donner par lecture graphique la valeur de x pour laquelle l'aire du rectangle D vaut 33.
 - b. Compléter le graphique avec la représentation graphique de la fonction f définie par :
 $f(x) = 3x$.
 - c. A quoi correspond la fonction f donnée dans la question précédente ?
 - d. Donner par lecture graphique l'aire du rectangle A quand x vaut 9.
 - e. Donner par lecture graphique la valeur de x pour laquelle les aires des rectangles A et D sont égales.
5. a. Développer l'expressions $(x - 8)(x + 5)$.
- b. Montrer que pour répondre à la question posée, il faudrait résoudre l'équation suivante :
 $x^2 - 3x - 40 = 0$
 - c. Résoudre cette équation à l'aide de la question 5. a.

ANNEXE

